

В. А. Далингер, А. О. Даутов

**ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ МЫШЛЕНИЯ И ЭСТЕТИЧЕСКОГО ВОСПИТАНИЯ УЧАЩИХСЯ**

*В статье рассматривается одна из ведущих целей обучения математике – развитие мышления учащихся средствами математики, для чего необходимо создание специальных ситуаций, разрешение которых и ведет к развитию мышления; отмечается, что развивать мышление следует посредством различных видов учебной деятельности, выполняемых учащимися при обучении математике, причем это развитие должно проходить такие стадии: наглядно-действенное мышление, наглядно-образное мышление, словесно-логическое мышление; в статье отмечается, что при обучении математике учащиеся школ могут и должны научиться воспринимать, чувствовать красоту математических выражений, теоретических конструкций, оценивать широкие возможности математических открытий с эстетических позиций; эффективное использование большого потенциала математики предполагает полноценное восприятие математической грамотности, воспитание эстетических чувств, вкуса и идеала через образное мышление и логическую культуру, формирование ценностной ориентации человека в его стремлении к красоте оригинальных способов решения математических задач; исследуется возможность использования информационно-коммуникационных технологий в процессе эстетического воспитания, развития логического и образного мышления учащихся общеобразовательных школ при помощи программных продуктов Mathematica, Mathcad, Matlab, Компас-3d, Maple, использование инновационных информационно-коммуникационных технологий преследует целью оказание методической помощи обучающимся на различных этапах учебного процесса: при актуализации знаний, при изучении нового материала, при выполнении самостоятельных работ, при выполнении лабораторных и практических работ в условиях On-line обучения и Off-line обучения. Приведены примеры из различных разделов математики: решение геометрических задач, решение систем линейных уравнений, построение пространственных образов и т. д.*

**Ключевые слова:** развитие мышления, эстетическое воспитание, математическое образование, информационные технологии, цифровые технологии, программные продукты.

Среди основных направлений модернизации образования можно выделить следующие: личностная ориентация содержания образования, деятельностный характер образования, направленность содержания образования на формирование обобщенных способов различных видов деятельности, формирование ключевых компетенций, направленность образования на развитие личности учащегося, его познавательных и созидательных способностей.

Развитие личности человека предполагает развитие его мышления и в этом плане большие возможности имеет математика.

В.М. Тихомиров по этому поводу пишет: «Целью математического образования, по моему скромному мнению, должно быть, прежде всего, развитие. Развитие навыков оперирования с числами и фигурами, пространственного воображения, логического мышления – словом, развитие интеллекта. Ничто не может обучить этому лучше, чем математика, – об этом говорит весь опыт человечества» [14, с. 15].

А.В. Боровских и Н.Х. Розов [1], разделяя высказанную выше точку зрения, отмечают, что на учебные предметы следует смотреть как на средства, орудия обучения, воспитания и развития.

Эта же мысль высказана в резолюции Съезда учителей математики, который после столетнего перерыва вновь был созван в октябре 2010 года:

«...математическое образование есть важнейший и необходимый компонент развития личности...».

Заметим, что под развитием интеллекта понимается в основном развитие мышления. Искать основы развития мышления, обучающихся надо не только в содержании и технологиях обучения математике, но и в психологии. Развивать мышление следует посредством различных видов учебной деятельности, выполняемых учащимися при обучении математике, причем это развитие должно проходить такие стадии: наглядно-действенное мышление, наглядно-образное мышление, словесно-логическое мышление.

Мы, следуя Н.Н. Поспелову, И.Н. Поспелову, будем под развитием мышления учащихся в процессе обучения понимать: «формирование и совершенствование всех видов, форм и операций мышления, выработку умений и навыков по применению законов мышления в познавательной и учебной деятельности, а также умений осуществлять перенос приемов мыслительной деятельности из одной области знаний в другие» [12, с. 16].

Приведем примеры ситуаций, которые создаются для того, чтобы организовать учебно-познавательную деятельность учащихся с целью развития их мышления.

1. Задача. Точка  $M$  движется по сторонам квадрата (рис.1).

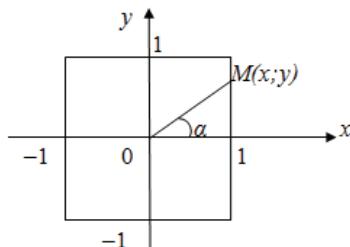


Рис. 1. Чертеж к введению квадратных тригонометрических функций

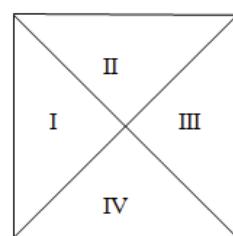


Рис. 2. Чертеж к задаче о знаках квадратных тригонометрических функций

По аналогии с известными тригонометрическими функциями (круговыми) введем новые функции – квадратные тригонометрические функции:  $\text{san } \alpha = x - y$  (санус угла  $\alpha$ );  $\text{cas } \alpha = x + y$  (касанус угла  $\alpha$ );  $\text{tig } \alpha = x^2 - y^2$  (тигенс угла  $\alpha$ ).

Выполните следующие задания: установите связи между этими функциями; постройте графики этих функций; установите множество значений каждой из квадратных тригонометрических функций; определите знаки квадратных тригонометрических функций в четвертях, отмеченных на рис. 2; установите связь между круговыми и квадратными триго-

нометрическими функциями; установите алгоритмы решения уравнений с квадратными тригонометрическими функциями:  $\text{san } t = a$ ,  $\text{cas } t = a$ ,  $\text{tig } t = a$ .

Описанная выше ситуация является искусственно созданной, но по словам А.С. Крыговской: «Значение имеет сама творческая деятельность, а не то, что она сотворила» [10, с. 20].

2. Решите задачу: «Дана трапеция (рис.3) с основаниями 2 см и 5 см. Боковая сторона трапеции разделена на три равные части. Через точки деления проведены прямые, параллельные основаниям трапеции. Найти длины полученных отрезков».

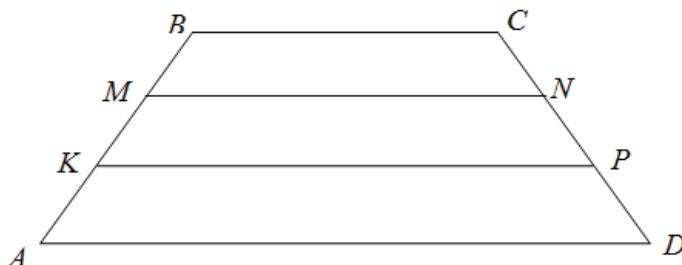


Рис. 3. Чертеж к задаче о трапеции, решаемой через систему уравнений.

Длины отрезков  $MN$  и  $KP$  можно найти, решив следующую систему уравнений: 
$$\begin{cases} MN = \frac{2 + KP}{2}, \\ KP = \frac{5 + MN}{2}. \end{cases}$$

Решите ту же самую задачу для случая, когда боковая сторона разделена на 6 равных частей. Ясно, что решать эту задачу таким же путем, как и предыдущую, не следует (мы будем иметь систему пяти

уравнений с пятью неизвестными). Решать эту задачу следует по рисунку 4 (через точки  $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5$ ,  $C$  проведены отрезки, параллельные боковой стороне трапеции  $AB$ ).



Рис. 4. Чертеж к задаче о трапеции, решаемой через дополнительные построения

Обобщите эти две задачи на случай, когда основания трапеции равны  $a$  и  $b$ , а боковая сторона разделена на  $n$  равных частей.

В наших работах [3;4;5] читатель найдет много заданий подобного характера.

Мы рассмотрели один из аспектов проблемы, поднятой в статье, но в названии статьи заявлен еще один аспект – эстетическое воспитание учащихся в процессе обучения математике. Остановимся на этом вопросе обстоятельно.

В процессе создания гармонично развитой личности эстетическое воспитание будущих специалистов имеет первостепенное значение. Значительна роль математики в эстетическом воспитании учащихся. Потенциал математики в этом отношении огромен: математика богата красивыми формулами, оригинальными доказательствами; можно указать целые разделы, такие как: «Равновеликие и равносоставленные плоские и пространственные фигуры», «Золотое сечение», «Симметрия», «Фракталы» «Геометрия в пространстве», отлично подходящие для эстетического воспитания учащихся.

По мнению ученых Л. С. Выготского, В.А. Даллнгера, В. Джемса, А.Л. Жохова, К.Г. Кожабаева воспитание через красоту является, с одной стороны, важным средством развития учебной мотивации и, с другой стороны, источником возникновения эмоциональности личности как одного из ведущих компонентов эстетической культуры [2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9].

Одной из важнейших задач при формировании мировоззрения личности является проблема формирования эстетического отношения к математике как к части культуры [7; 8]. При обучении математике учащиеся школ могут и должны научиться воспринимать, чувствовать красоту математических выражений, теоретических конструкций, оценивать широкие возможности произведения математической культуры с эстетических позиций [8].

Современные информационные технологии открывают новые дидактические возможности в реализации целей эстетического воспитания на занятиях математики, которые должны использоваться для приобщения к красоте, воспитанию эстетических вкусов и переживаний, в том числе за счет методов, связанных с компьютерной графикой и анимацией, разработкой мультимедийных средств и т. д.

Использование электронного учебника «Математика» может оказать положительное влияние на формирование эстетических особенностей, рост интереса к изучению математики и информатики, а также повышение уровня фундаментальных знаний с использованием новейших цифровых технологий и уровня социального развития будущих специалистов – учителей математики.

Разработанный нами электронный учебник «Математика» состоит из следующих разделов:

1. Введение.
2. Симметрия.
3. Численные приближения.
4. Алгебраические вычисления.
5. Золотое сечение.
6. Обработка изображений и анализ.
7. Геометрические вычисления.
8. Геометрия в пространстве.
9. Электронная библиотека.
10. Глоссарий.
11. Тестовые задания.
12. Решение типовых задач.

Цели и задачи электронного учебника: выявление взаимосвязи математики с различными областями

человеческой деятельности и явлениями, происходящими в природе; расширение кругозора в области применения данного предмета для будущих преподавателей математики средних общеобразовательных школ; формирование общей и математической культуры личности; эстетическое развитие личности, развитие логического и образного мышления у учащихся школ; развитие навыков работы с информационно-коммуникационными технологиями.

Во время обучения с использованием электронного учебника обучающемуся приходится выполнять лабораторные и практические работы с использованием таких программных продуктов, как Mathematica, Mathcad, Matlab, Компас-3d, Maple а также работа в режиме On-line и Off-line.

По нашему мнению, наиболее целесообразно использовать вышеуказанные программы в процессе иллюстративно-демонстрационной работы, при интеграции учебного материала на уроках математики и информатики, а также интеграции с дисциплинами естественнонаучного направления. В современной науке междисциплинарный подход является одним из приоритетных направлений [8]. По мнению российских ученых: математический аппарат и математические методы могут быть использованы при изучении качественно-различных фрагментов действительности, они способствуют раскрытию их единства и тем самым указывают новые пути интеграции новых знаний [13; 14].

Вычислительная, многофункциональная система Mathematica известна как мощнейшая исследовательско-математическая платформа, множество примеров показывает то, как ее можно применять в самых различных областях естественных наук (см. рис. 5).

Программный продукт Matlab – это язык программирования высокого уровня, имеющий широкий спектр функций, интегрированную среду разработки, объектно-ориентированные функции и программные интерфейсы, написанные на других языках программирования (см. рис.6). Программы, написанные на Matlab, имеют два типа – функции и скрипты. Главной особенностью Matlab является его широкая способность работать с матрицами, выраженным создателями языка в слогане «Minded vectorized».

Следующий пакет прикладных программ – Mathcad позволяет создавать корпоративные и отраслевые средства сертифицированных расчётов в различных отраслях науки и техники, в том числе и математика, обеспечивающая единую методологию естествознания эстетического восприятия для иллюстрации различных фактов и объектов математики.

Multicolumn[primes, Alignment -> {Center, Center}, Spacings -> {1, 1}, Frame -> All, FrameStyle -> Directive[Orange, Dashing[Small]]]														
2	53	127	199	283	383	467	577	661	769	877	983	1087	1193	1297
3	59	131	211	293	389	479	587	673	773	861	993	1091	1201	1301
5	61	137	223	307	397	487	593	677	787	883	997	1093	1213	1383
7	67	139	227	313	401	491	599	683	797	887	1019	1097	1217	1307
11	71	149	229	313	409	499	601	691	809	907	1013	1103	1223	1319
13	73	151	233	317	419	503	607	701	811	911	1019	1109	1229	1321
17	79	157	239	331	421	509	613	709	811	919	1021	1117	1231	1327
19	83	163	241	337	431	521	617	719	823	929	1031	1123	1237	1361
23	89	167	251	347	433	523	619	727	837	937	1033	1129	1249	1367
29	97	173	257	349	439	521	613	734	829	941	1039	1151	1259	1373
31	101	179	263	353	443	537	641	739	839	947	1049	1153	1277	1381
37	103	181	269	359	449	557	643	743	853	953	1051	1163	1279	1399
41	107	191	271	367	457	563	647	751	857	967	1061	1171	1283	1409
43	109	193	277	373	461	569	653	757	859	971	1063	1181	1289	1423
47	113	197	281	379	463	571	659	761	863	977	1069	1187	1291	1427

Рис. 5. Сгенерированный список показателей степени простого числа Мерсена

**Maple** - мощная и универсальная система, ставшая стандартом трёхмерного проектирования, благодаря простому освоению и широким возможностям математического моделирования различных объектов.

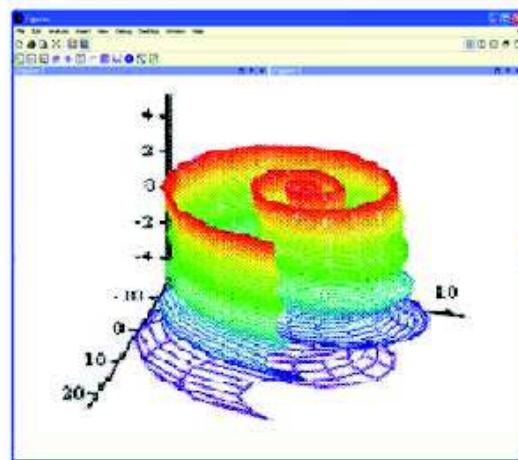


Рис. 6. Сложение фракталов Фибоначчи

Получив изображение, можно подчеркнуть его красоту различными спецэффектами, предоставляемыми возможностями программы, преобразовать его в еще более интересную форму (см. рис.7)

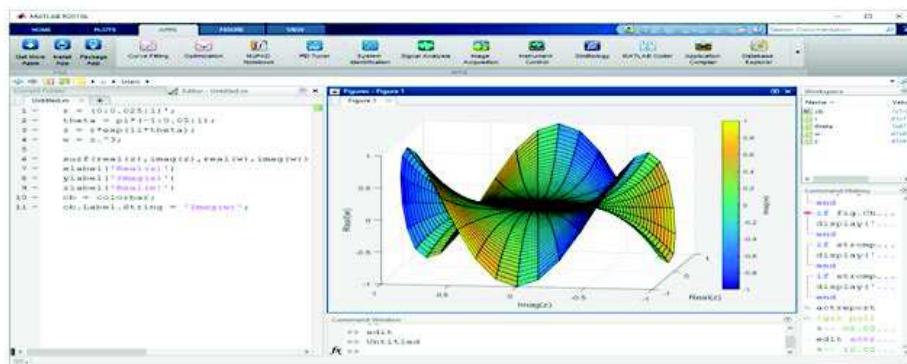


Рис. 7. Процесс решения задачи на Mathlab

**Заключение.** На основании вышеупомянутых исследований ученых можно констатировать, что эстетическое воспитание занимает важное место в процессе формирования личности. Современные информационные и цифровые технологии позволяют нам показать красоту решения математических задач, гармонию построения форм геометрических тел. О еще больших проявлениях эстетики в математическом образовании, в раскрытии всех интеллектуальных и творческих возможностях личности, в развитии воображения, а также расширении кругозора учащихся на каждом этапе их умственного развития, говорят возможности ИКТ в исследовательской деятельности обучающихся.

Возможности ИКТ в эстетическом воспитании учащихся, в первую очередь, связаны с визуализацией учебного материала по математике, с использованием таких функций наглядности, как иллюстративная и познавательная, с использованием методов, связанных с компьютерной графикой и анимацией, разработкой мультимедийных средств; эстетическая направленность в обучении математике может быть достигнута за счет того, что ИКТ позволяет визуализировать процесс решения математических задач, а по мнению ве-

ликого К.Гаусса: «Математика – наука не столько для ушей, сколько для глаз».

К основным требованиям конструирования визуальной учебной среды мы относим:

- лаконичность представления информации;
- точность воспроизведения ее структуры и элементов;
- акценты на главные детали образов;
- использование трех языков представления учебных знаний (геометрического, символического, словесного);

• учет возможностей и индивидуальных особенностей в восприятии визуальной информации.

Выделим общие правила использования учебной наглядности:

1. В процессе обучения необходимо использовать тот факт, что запоминание ряда понятий, представленных зрительно (в виде предмета, с помощью таблиц, схем и т. д.) происходит лучше, легче, быстрее, чем запоминание того же ряда, представленного в словесной форме – устной или письменной.

2. Нужно помнить, что учащийся мыслит формами, звуками, что наглядное обучение строится

не на отвлеченных понятиях и словах, а на конкретных образах.

3. Необходимо помнить, что учебная наглядность – это не только средство обучения, но и средство развития мышления учащихся.

4. Учебную наглядность следует использовать не только для иллюстрации, но и в качестве самостоятельного источника знаний.

5. Применение учебной наглядности следует рассматривать целеустремленно и планово. Например, наглядное пособие может рассматриваться с учащимися традиционно: вначале в целом, потом

выделяя главные и второстепенные элементы, а затем снова в целом.

6. Необходимо предоставлять учащимся возможность самостоятельно создавать визуализированные учебные материалы.

7. Необходимо помнить, что в условиях кабинетной системы обучения и при компьютерной поддержке курса диапазон возможностей использования учебной наглядности расширяется.

8. Надо тщательно продумывать дозировку применения наглядности и методы ее использования.

### Библиографический список

1. Боровских, А.В. Деятельностные принципы в педагогике и педагогическая логика [Текст]/А.В.Боровских, Н.Х.Розов. – М.: МАКС Пресс, 2010. – 80 с.
2. Выготский, Л.С. Педагогическая психология / Под ред. В.В. Давыдова [Текст] / Л.С.Выготский. – М.: Педагогика, 1991.– 480 с.
3. Далингер, В.А. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике: Учебное пособие [Текст] /В.А.Далингер. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2005. – 456 с.
4. Далингер, В.А. Учебно-исследовательская деятельность учащихся в процессе изучения дробей и действий над ними: учебное пособие [Текст] // В.А. Далингер. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2007. –191 с.
5. Далингер, В.А. Когнитивно-визуальный подход и его особенности в обучении математике // Математика и информатика: наука и образование: Межвузовский сборник научных трудов: Ежегодник. Выпуск 4 [Текст] /В.А.Далингер. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2004. – С. 48-55.
6. Джемс, В. Существует ли сознание? // Новые идеи в философии [Текст] / В. Джемс. – 1913. – № 4. – С. 102-127.
7. Жохов, А.Л. Как помочь формированию мировоззрения школьников [Текст] / А.Л.Жохов. – Самара: Изд-во Самарского ГПУ, 1995. – 288 с.
8. Жохов, А.Л. Познание математики и основы научного мировоззрения: мировоззренческий направленное обучение математики [Текст] / А.Л.Жохов. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2008. –183 с.
9. Кожабаев, К.Г. Воспитательно-развивающее обучение математике, и подготовка к ней будущего учителя [Текст] / К.Г.Кожабаев. – Кокшетау: Изд-во КГУ им. Ш. Уалиханова, 2009. – 273 с.
10. Крыговская, А.С. Развитие математической деятельности учащихся и роль задач в этом развитии // Математика в школе [Текст] / А.С.Крыговская. – 1966. – № 6. – С. 19-30.
11. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика / под ред. Е.И. Смирнова [Текст]. – Ярославль: ИПК «Индиго», 2007. – 454 с.
12. Поспелов, Н.Н. Формирование мыслительных операций у старшеклассников [Текст] / Н.Н. Поспелов, И.Н.Поспелов. – М.: Педагогика, 1989. – 151 с.
13. Смирнов, Е.И. Единая математика в задачах как элемент интеграции математических знаний // Задачи в обучении математике: теория, опыт, инновации. – Материалы Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 115-летию член-корреспондента АПН СССР П. А. Ларичева [Текст] / Е.И.Смирнов. – Вологда: Русь, 2007. – С. 68–77.
14. Тихомиров, В.М. Гений, живущий среди нас [Текст] / В.М.Тихомиров. – М.: ФАЗИС, МИРОС, 1999. – 256 с.

---

#### Сведения об авторах:

**Далингер Виктор Алексеевич** – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «Омский государственный педагогический университет» (644099, Российская Федерация, г. Омск, набережная Тухачевского, д. 14), e-mail: dalinger@omgpu.ru.

**Даутов Айбек Омирбекович** – PhD докторант по специальности математика Кокшетауского государственного университета им. Ш. Уалиханова (Республика Казахстан, г. Кокшетау, ул. Абая, д. 76), e-mail: d.abeke@mail.ru.

Статья поступила в редакцию 17.04.2019 г.