Раздел III
ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 371.3:51, ББК 74.262.21

В.А. Далингер

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ СРЕДАХ

В статье рассматривается использование компьютерных сред Mathcad и Maple для решения различных математических задач. Mathcad обладает чрезвычайной простотой интерфейса, которая сделала его одним из самых популярных среди обучающихся математическим пакетом. Математические выражения на экране компьютера представляются в общепринятой и знакомой нотации – имеют такой же вид, как в книге, тетради, на доске. С ними можно выполнять численные или символьные операции, строить графики и т.п. Система Maple в диалоговом режиме решает огромное число математических задач от простых расчетов и численного моделирования до сложнейших аналитических преобразований и вычислений. Она имеет мощные графические средства, встроенный язык программирования, является справочником по практически всем разделам современной математики. Mathcad и Maple – это среды для всех. В них есть пакет для студентов STUDENT, имеются пакеты узкого назначения для профессиональных математиков.

Эти системы компьютерной математики предоставляют пользователю обширный набор инструментов для реализации графических, аналитических и численных методов решения математических задач. Выполняя рутинные или громоздкие несущественные операции, пакеты позволяют учащемуся, не владеющему в полной мере техникой математических преобразований, самостоятельно выполнять громоздкие вычисления, решать содержательные примеры, приобрести устойчивые навыки решения общематематических и прикладных задач. Рассматриваются преимущества математических сред Mathcad и Maple, описываются особенности их интерфейсов, отмечается их простота, которая и сделала эти математические пакеты самыми популярными среди обучающихся. Приводятся решения математических задач посредством компьютерных сред Mathcad и Maple: решение диофантовых уравнений, квадратных уравнений, кубических уравнений. Обучающемуся полезно иметь под рукой справочные пособия или руководства по указанным системам. У обучающихся предполагается наличие хотя бы первичных навыков работы в этих системах, в частности, умение редактировать и форматировать графики, формулы, результаты вычислений. Основным объектом в работе будут функции.

Целью статьи является сравнительный анализ возможностей метаматематических сред Mathcad и Maple, а так же решение различных математических задач с использованием этих сред.

Задачами проводимого исследования являются: сравнительный анализ возможностей интерфейса Mathcad и интерфейса Maple; решение с помощью указанных математических сред квадратных уравнений; решение с помощью указанных математических сред кубических уравнений; решение с помощью указанных математических сред диофантовых уравнений.

Методы исследования: теоретический анализ проблем исследования; математическое моделирование реальных процессов и явлений; анализ; обобщение.

Результаты исследования: предложены методические рекомендации по использованию математических сред Mathcad и Maple для решения математических задач и задач реальной действительности.

Ключевые слова:интерфейс Mathcad, интерфейс Maple, квадратные уравнения, кубические уравнения, диофантовы уравнения, решение уравнений.

В настоящее время преподавание многих дисциплин, в частности, математической направленности, переживает этап значительных перемен, связанных с внедрением в учебный процесс различных пакетов современной компьютерной математики. Программные математические пакеты, их функциональные возможности все более становятся средством применения математических методов для решения различного рода задач. Наиболее распространенными среди них являются Derive, Mathcad, Maple, Matlab, Matematica. Нами в качестве средств компьютерной математики выбраны системы Mathcad и Maple. Поясним, почему выбраны именно эти пакеты.

Первый программный математический пакет обладает чрезвычайной простотой интерфейса, которая сделала Mathcad одним из самых популярных среди обучающихся математическим пакетом. Математические выражения на экране компьютера представляются в общепринятой и знакомой нотации – имеют такой же вид, как в книге, тетради, на доске. С ними можно выполнять численные или символьные операции, строить графики и т.п. Система Mathcad позволяет обучающемуся пользоваться инструментами для работы с графическими и текстовыми объектами.

Система Maple в диалоговом режиме решает огромное число математических задач от простых расчетов и численного моделирования до сложнейших аналитических преобразований и вычислений. Она имеет мощные графические средства, встроенный язык программирования, является справочником по практически всем разделам современной математики. Maple, как и Mathcad, – это среда для всех. В ней есть пакет для студентов STUDENT, имеются пакеты узкого назначения для профессиональных математиков. Символьный процессор Maple включен в такие вычислительные системы, как Mathcad и Matlab.

Эти системы компьютерной математики предоставляют пользователю обширный набор инструментов для реализации графических, аналитических и численных методов решения математических задач. Выполняя рутинные или громоздкие несущественные операции, пакеты позволяют учащемуся, не владеющему в полной мере техникой математических преобразований, самостоятельно выполнять громоздкие вычисления, решать содержательные примеры, приобрести устойчивые навыки решения общематематических и прикладных задач. В качестве таковых в данной статье рассматриваются задачи,связанные с решениями уравнений и их систем.

М.П.Лапчик в предисловии к работе [12] замечает: «Математические системы – удобный и мощный инструмент, позволяющий решать корректно поставленные задачи. Вместе с тем ответственность за формулировку задач и перевод их на язык системы полностью ложится на пользователя. Отсюда следует обладание опытом … использования языков общения с компьютером и уверенном знании интерфейса программных систем» [12, с. 4].

В статье даются рекомендации по применению пакетов Mathcad и Maple в решении различного рода задач, связанных с решением уравнений и их систем. Читатель найдет соответствующие указания и в работах [1, 2, 6, 7, 8, 9].

Учащемуся полезно иметь под рукой справочные пособия или руководства по указанным системам, например, книги [1], [8], [9]. Предполагается наличие хотя бы первичных навыков работы в этих системах, в частности, умение редактировать и форматировать графики, формулы, результаты вычислений. Основным объектом в работе будут функции. Их имена в Mathcad и Maple могут быть различными, например, арктангенс – соответственно *atan(x), arctan(x)*. Для получения информации о функции в Mathcad следует щелкать

$$Insert \quad f(x)\,Function \,,$$

а в системе Maple набрать $?\,f;$, где f – имя интересующей Вас функции.

Перейдем к рассмотрению различных задач и их решению посредством математических пакетов Mathcad и Maple.

Пример 1. Речь пойдет об одной задаче, широко известной в англоязычной литературе и мало известной у нас.

«Индийская задача». К двум диаметрально противоположным точкам дна круглого колодца (рис. 1) приставлены тростинки длинами L, l, которые скрещиваются на высоте h от днища. Можно ли найти диаметр колодца? Решить задачу в случаях:

а) $L=30, l=20, h=8$;

б) $L=105, l=87, h=35$.

В литературе указанные величины задавались в футах. Но не в единицах измерения дело. Одна из задач состояла в поиске целочисленных значений диаметра x (см. рис.1) при целочисленных значениях параметров (работа [10, с.100]). Наша задача здесь более скромная – решить уравнение

$$\frac{1}{\sqrt{L^2-x^2}}+\frac{1}{\sqrt{l^2-x^2}}=\frac{1}{h}, \quad (3)$$

вывод которого геометрически прозрачен. Из подобий треугольников рис.3 имеем

$$\sqrt{l^2-x^2}:h=x:a\,,\quad \sqrt{L^2-x^2}:h=x:b$$

.

Выразим отсюда a, b и сложим их – получим x. Откуда и вытекает равенство (3).

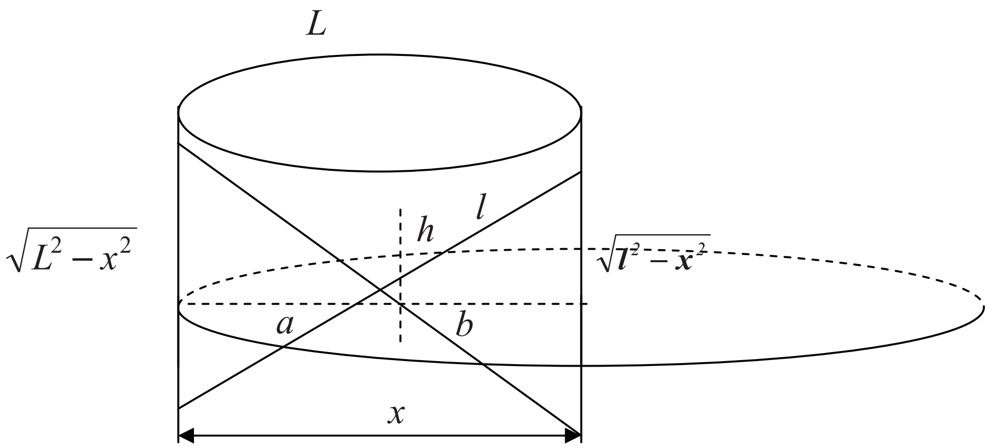

Рис. 1. Чертеж к «Индийской задаче»

Полученное иррациональное уравнение подстановкой $y=\sqrt{l^2-x^2}$ можно свести к уравнению

$$y^4-16y^3+500y^2-8000y+32000=0,$$

решить его в Mathcad с помощью функции *polyroots* и отсеять посторонние корни. Но проще, по-видимому, сразу решать уравнение (3), задавая начальную точку поиска, равную, например, $l/2$.

$$L:=30 \quad l:=20 \quad h:=8$$

$$f(x):=\frac{1}{\sqrt{L^2-x^2}}+\frac{1}{\sqrt{l^2-x^2}}-\frac{1}{h}$$

$$x:=\frac{1}{2}\cdot l$$

$$Given \quad f(x)=0 \quad r:=find(x)$$

$$r=16.212125 \quad f(r)=-0$$

Любопытно, что «Индийская задача» в одном из рассказов известного советского писателя – фантаста И.Ефремова была основой следующего сюжета. В жрецы посвящался тот, кто мог решить рассматриваемую задачу. В древней Индии кандидата в жрецы заточали в колодец, и если он представлял решение, то считался прошедшим испытание. Иначе …. Герой рассказа справился с заданием, решив, по предположению авторов уравнение четвертой степени, к которому сводится уравнение (3). Но историки математики весьма скептически отнеслись к такой гипотезе: во времена, когда происходило действие рассказа, полные уравнения четвертой степени вряд ли решались. Скорее всего, герой рассказа «на глазок» оценил диаметр колодца и занялся перебором. Например, в случае б) число 63 удовлетворяет уравнению (3).

Пример 2. «Задача о площади поверхности испарения». При хранении нефтепродуктов, хранящихся в горизонтальных цилиндрических резервуарах (рис. 2а), происходит их естественная потеря из-за испарения, которая пропорциональна площади поверхности испарения. Эта площадь считается стандартной, если резервуар заполнен на 75% своего объема. Найдите стандартную площадь поверхности испарения при заданных размерах емкости.

Решение. Искомая площадь $S=AB\cdot l$ (рис. 2б), причем хорда отсекает от круга (торца резервуара) сегмент AnB площади, составляющей четверть площади круга. Если α – радианная мера центрального угла AOB, то имеем

$$\frac{1}{2}R^2\alpha-\frac{1}{2}R^2\sin\alpha=\frac{1}{4}\pi R^2.$$

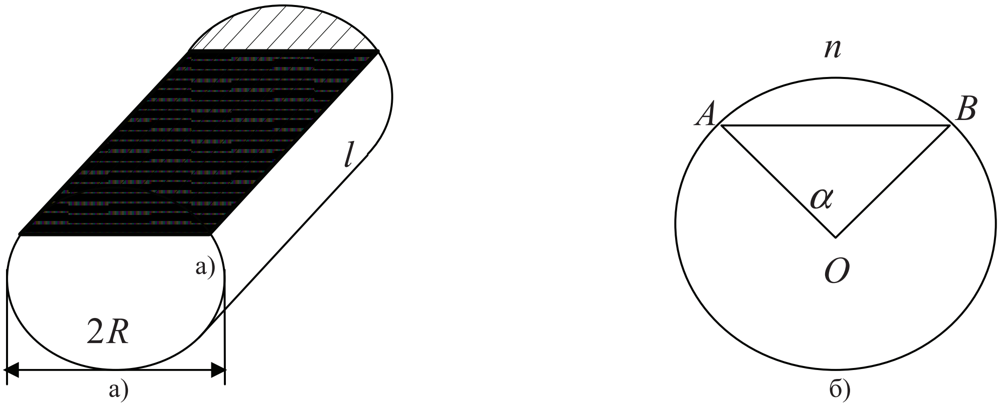

Рис. 2. Чертеж к задаче о площади поверхности испарения

Здесь площадь сегмента найдена как разность между площадью сектора $OAnB$ и площадью треугольника OAB. Таким образом, $\alpha - \sin\alpha = \pi/2$, и если мы положим $x = \alpha - \pi/2$, то получим уравнение $x = \cos x$. Его решение методом итераций можно найти в работе [11, с.97 – 98]. С 3D ответ $x = 0.739$. По найденному x мы найдем угол α, а по нему и хорду ,на которую он опирается, и, следовательно, искомую площадь испарения. Так распутывается клубок, начало действия которому – это корень уравнения $x = \cos x$, который «хоть видит око, да зуб неймет».

Перейдем к компьютерному решению систем уравнений.

В системе Mathcad для этих целей используются в основном функции *find* и *minner*, действующие в блоке *Given,* перед которым задается начальная точка поиска (чем ближе она к неизвестному решению, тем лучше). В системе Maple аналогичной функцией является *fsolve.*

Ясно, что перед началом решения системы следует исследовать ее на совместность, уяснить количество решений. Часто встречаются системы двух уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} F(x,y) = 0, \\ G(x,y) = 0. \end{cases}$$

Ими мы только и ограничимся. Количество решений выясняется обычно визуально, если на одном чертеже изобразить графики уравнений системы. Обычно это две кривые, пересекающиеся в конечном числе точек.

Пример 3. Требуется решить систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2+1)^2 + (y^2+1)^2 = 5.5, \\ x + y = 0.95. \end{cases}$$

Решение. «Набросаем» хотя бы грубо графики уравнений. Ими являются (рис.3) овалообразная кривая и обычная прямая. Чертеж подсказывает наличие двух решений, близких к (0; 1) и (1; 0). Найдем их соответственно с помощью функций *find, minerr*. Вот начало документа Mathcad.

$$F(x,y) := (x^2+1)^2 + (y^2+1)^2 - 5.5 \qquad G(x,y) := x + y - 0.95$$

$$x := 0 \quad y := 1$$

$$Given \quad F(x,y) = 0 \quad G(x,y) = 0 \quad r := find\ (x,y)$$

$$r = \begin{pmatrix} -0.106384 \\ 1.056384 \end{pmatrix} \qquad F(r_0, r_1) = -0 \quad G(r_0, r_1) = 0$$

Здесь результаты счета выводились с 6D, были найдены координаты точки *A* на рис. 3. По симметрии нетрудно угадать координаты точки *B*. Нашу догадку подтвердим в следующем фрагменте документа.

$$x := 1 \quad y := 0$$

$$Given \quad F(x,y) = 0 \quad G(x,y) = 0 \quad r := \mathrm{min}err(x,y)$$

$$r = \begin{pmatrix} 1.056384 \\ -0.106384 \end{pmatrix} \qquad F(r_0, r_1) = -0 \quad G(r_0, r_1) = 0$$

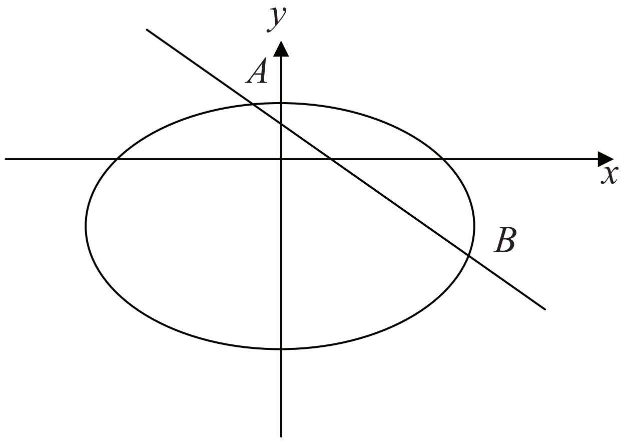

Рис. 3. Чертеж к примеру 3

Что же касается рис. 3, то он был выполнен в системе Maple с помощью встроенной функции *implicitplot,* осуществляющей построение графика неявной (*implicit*) функции, заданной уравнением вида $F(x,y) = 0$. То есть строится график этого уравнения (или нескольких уравнений). Применительно к рассмотренному уравнению это могло быть выполнено следующим образом:

$$restart;$$
$$with(plots):$$
$$F := (x,y) \to (x^2+1)^2 + (y^2+1) - 5.5:$$
$$G := (x,y) \to x + y - 0.95:$$
$$implicitplot(\{F(x,y)=0, G(x,y)=0\}, x=-2..2, y=-2..2);$$

После выполнения последней команды и будет осуществлена нужная визуализация (рис. 3). Далее можно решить систему. Для нахождения координат точки *A* следует набрать

$$R := fsolve(\{F(x,y)=0, G(x,y)=0\}, \{x,y\}, y=0..2);$$
$$R = \{x = -.1063844735, y = 1.056384474\}$$

Аналогично находится второе решение; вместо $y = 0..2$ следует набрать $x = 0..2$.

Заметим, что встроенные в Mathcad и Maple функции *find, minerr, fsolve*весьма мощные, они позволяют решать уравнения и системы даже с разрывными функциями.

Пример 4. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + [y] = 10, \\ y^2 + [x] = 13. \end{cases}$$

Решение. Здесь скобки обозначают целую часть числа, стоящего в них. Как в Mathcad, так и в Maple, целая часть находится с помощью встроенной функции *floor(x)*. Например, $floor(\pi) = 3$. За счет этой функции левые части системы разрывные. Тем не менее, система благополучно решается на компьютере (а сможете ли Вы решить ее чисто аналитически?). Сначала выполним визуализацию системы в Maple:

$$restart;$$
$$with(plots):$$
$$f := (x, y) \to x^2 + floor(y) - 10: \quad g := (x, y) \to y^2 + floor(x) - 13:$$
$$implicitplot(\{f(x, y) = 0, g(x, y) = 0\}, x = -5..13.9, y = -6..10.9);$$

После этого на экране увидим две параболообразные линии, явно пересекающиеся в четырех точках (рис. 4а). Эти линии воспринимаются как непрерывные, хотя они на самом деле таковыми не являются. Чтобы в этом убедиться, изобразим часть верхней ветви «параболы», заданной функцией g:

$$u := x \to sqrt(13 - floor(x)):$$
$$plot(u(x), x = 0..13.9, discont = true);$$

Здесь *sqrt*означает квадратный корень, а опция *discont* = *true*предназначена для улучшения качества

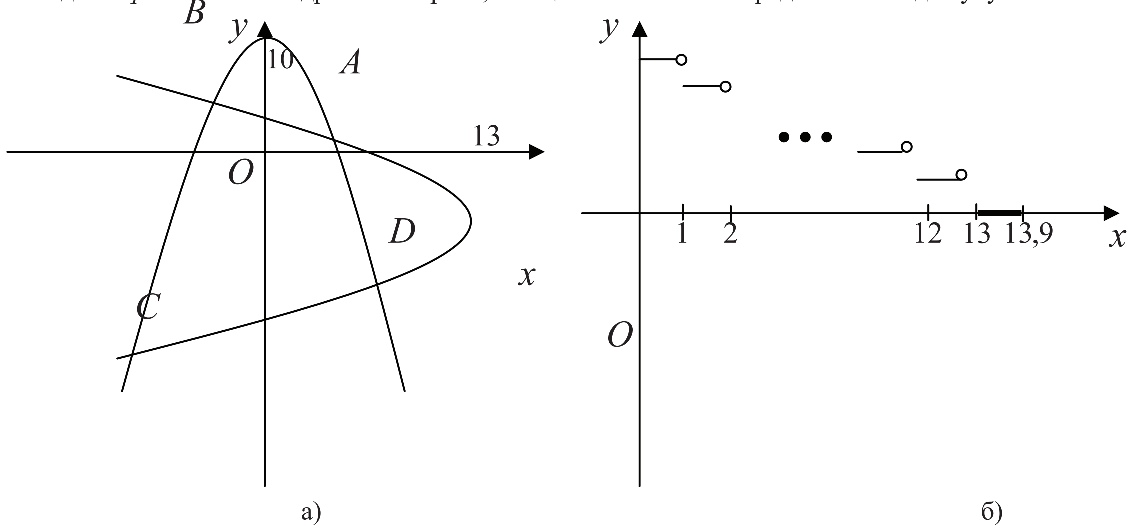

Рис. 4. Чертеж к примеру 4.

графиков разрывных функций. Вид графика функции *u(x)* указан на рис.4б). Ясно, что целочисленные точки являются точками разрыва первого рода. Кружок на концах участков графика означает, что из соответствующего отрезка правый конец удален.

Но вернемся к рисунку 4а). Из него, «на глазок», усматриваем прямоугольные области, содержащие внутри себя точки пересечения кривых:

$$A \in [2;4] \times [2;4], \quad B \in [-4;-2] \times [2;6], \quad C \in [-5;-2] \times [-6;-2], \quad D \in [2;5] \times [-4;-2]$$

С учетом этого решим систему, не выходя из Maple.

$$A := fsolve(\{f(x, y) = 0, g(x, y) = 0\}, \{x, y\}, x = 2..4, y = 2..4);$$
$$A = \{x = 2.645751311,\ y = 3.316624790\}$$

Аналогично находим

$$B = \{x = -2.449489743,\ y = 4.000000000\}$$
$$C = \{x = -3.872983346,\ y = -4.123105626\}$$
$$D1 = \{x = 3.741657387,\ y = -3.162277660\}$$

Здесь пришлось использовать (не в соответствии с рис. 4а), символ *D1*, так как буква *D* в системе Maple считается «занятой» (protected). Желающим решить рассмотренную систему уравнений аналитически сообщаем ответ:

$$A(\sqrt{7};\sqrt{11}),\quad B(-\sqrt{6};4),$$

$$C(-\sqrt{15};-\sqrt{17}),\quad D(\sqrt{14};-\sqrt{10}).$$

Как известно, поиск локальных экстремумов дифференцируемой функции начинается с нахождения ее стационарных точек – тех, в которых все частные производные равны нулю, т.е. надо решать систему уравнений. Часто из каких-то соображений (геометрических, физических, экономических и т.д.) есть уверенность в том, что в найденной стационарной точке желаемый экстремум есть. Но аналитический поиск такой точки может быть практически труден или вовсе невозможен.

Пример 5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} y - \lg x - 1 = 0, \\ x^2 + y - 4 = 0. \end{cases}$$

Решение проведем в системе Mathcad. Построим на одном чертеже графики уравнений, т.е. графики функций

$$y_1(x) := 1 + \log(x) \quad y_2(x) := 4 - x^2$$

над промежутком [0.01; 2]. Увидим, что графики пересекаются в одной единственной точке с абсциссой, заключенной между 1 и 2, причем более близкой к 2, чем к 1.

Введем целевую функцию

$$f(x, y) := | y - \log(x) - 1 | + | x^2 + y - 4 |$$

Задаем начальную точку поиска минимума этой функции и находим конечную точку:

$$x := 1.75 \quad y := 1$$

$$Given \quad m := \min imize(f, x, y)$$

$$m = \begin{pmatrix} 1.666766 \\ 1.221884 \end{pmatrix} \qquad f(m_0, m_1) = 0.000015$$

Заметим, что приближенные координаты точки пересечения графиков можно узнать трассировкой: график выделить и последовательно щелкать

$$Format \quad Graph \quad Trace.$$

Затем навести курсор на искомую точку, щелкнуть. Сверху слева на выпадающем табло увидим 1.6736, 1.2237. Но эти координаты приближенные, они зависят от точности наведения курсора.

Перейдем к решению диофантовых уравнений, которые служат математической моделью сюжетных текстовых задач. (Обстоятельный разговор о решении диофантовых уравнений читатель найдет в нашей работе [5]).

Пример 6. Вы должны уплатить за покупку 19 руб, располагая лишь трехрублевками. У кассира – только пятирублевки. Можно ли расплатиться с кассиром, если у каждого по 10 купюр?

Решение. Надо решить в натуральных числах уравнение $3x - 5y = 19$ (обозначения очевидны), среди решений отсеять те, в которых значения $x > 10$ или $y > 10$. Частным решением является пара (8;1). Общее решение описывается в виде $x = 8 + 5t,\ y = 1 + 3t;\ t = 0,1,2,\ldots$. В силу ограничений $x, y \le 10$ имеем $t = 0$.

Ответ: $x = 8,\ y = 1$, т.е. Вы даете 8 трехрублевок и получаете сдачу одной пятирублевкой.

В системе Maple для решения диофантовых уравнений есть встроенная функция *isolve*. С ее действием познакомимся на рассмотренном примере. Наберем на экране $isolve(3 * x - 5 * y = 19);$. После нажатия Enter увидим

$$\{x = 8 + 5\_ZI\ , \quad y = 1 + 3\_ZI\}$$

Здесь $\_ZI$ – это встроенная целочисленная переменная. Видим, что система выдала то же самое общее решение.

Пример 7. Для перевозки зерна имеются мешки емкостью либо 60, либо 80 *кг*. Сколько надо заготовить тех и других мешков для загрузки одной тонны зерна, чтобы все мешки были полными? Какое наименьшее количество мешков при этом может понадобиться?

Решение. Пусть x, y – количества мешков емкостью соответственно 60, 80 *кг*. Имеем задачу целочисленного линейного программирования

$$Z = x + y \to \min$$

при условиях $60x + 80y = 1000,\ x, y \ge 0$. Запишем это уравнение в виде $3x + 4y = 50$.

В Maple – решении будем иметь

$$isolve(3 * x + 4 * y = 50);$$

$$\{x = 14 - 4\_ZI\ , y = 2 + 3\_ZI\}$$

Здесь по смыслу задачи свободная переменная может принимать лишь значения 0, 1, 2 и 3. Из четырех решений $(14; 2),\ (10; 5),\ (6; 8),\ (2; 11)$ последнее является искомым: $Z_{\min} = 13$.

Внимание! Функция *isolve*«умеет» решать лишь отдельные уравнения, но не их системы. К счастью, на практике часто удается систему неопределенных уравнений свести к одному уравнению. Покажем это на следующем примере.

Пример 8. В трех сосудах содержатся по 100 *г* растворов некоторой кислоты: в первом 70-

процентный, во втором 60-процентный, в третьем 30-процентный. Смешивая эти растворы, нужно получить 250 *г* 55-процентной кислоты. Как это осуществить?

Решение. Пусть смешали x *г* первого раствора, y *г* второго и z *г* третьего. По условию

$$\begin{cases} x+y+z=250 \\ \dfrac{0.7x+0.6y+0.3z}{250}=0.55 \end{cases}.$$

Исключим переменное z. Для этого второе уравнение перепишем в виде $7x+6y+3z=1375$ и вычтем из него первое, умноженное на 3. Получим уравнение $4x+3y=625$. Его общее решение функцией *isolve* :

$$\{x=1+3\_ZI,\ y=207-4\_ZI\}.$$

Или, что для нас привычнее,

$$\begin{cases} x=1+3t \\ y=207-4t \end{cases};\quad t\in Z.$$

Из неотрицательности переменных вытекает, что $0\le t\le 51$, а из условий $x,y,z\le 100$ следует $27\le t\le 33$. Задача имеет 7 решений. Выпишите их.

Функция *isolve*может оказаться полезной, когда аналитическое решение задачи вполне «прозрачное», но технически трудоемкое.

Пример 9. Найти натуральные числа, оканчивающиеся на 1981, которые после вычеркивания четырех последних цифр уменьшаются в некоторое число раз.

Решение. Искомые числа находятся из уравнения $x\cdot 10000+1981=nx\ (x,n\in N)$, что сводится к перебору делителей числа 1981. Поручим решение компьютеру:

$$isolve(10000*x+1981-n*x=0);$$

$$\{x=-7,n=9717\},\{x=283,n=10007\},$$
$$\{x=1,n=11981\},\{x=7,n=10283\},$$
$$\{n=9999,x=-1981\},\{x=-1,n=8019\},$$
$$\{x=-283,n=9993\},\{x=1981,n=10001\}$$

Осталось отобрать нужные (в порядке возрастания) $x=1,\ 7,\ 283,1981$. Искомые числа соответственно 11981, 71981, 2831981, 19811981. Не верите – проверьте непосредственными вычислениями.

В заключение отметим достоинства и недостатки функции *isolve*.

С помощью этой функции успешно решаются диофантовы уравнения первой и второй степени с двумя неизвестными. Но уравнения более высоких степеней не решаются.

Не решаются системы диофантовых уравнений и уравнения с числом неизвестных более двух.

Неалгебраические неопределенные уравнения не решаются.

Несмотря на эти недостатки, функция *isolve* может быть полезной при работе с неопределенными уравнениями и их системами. Например, при проверке решений, полученных чисто аналитически, или при проведении «разведочного» анализа на предмет существования решений.

Более обстоятельный разговор об использовании компьютера для решения уравнений, да и других задач, читатель найдет в наших работах [6], [7] и в работах [2,12]. Другие приложения математики к решению сюжетных задач читатель найдет в работах [3], [4], [11].

Библиографический список

1.Васильев А.Н. Maple 8 . Самоучитель [Текст] / А. Н. Васильев .– М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.– 352 с.

2.Васильков Ю.В. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании [Текст] / Ю. В. Васильков, Н. Н.Василькова . – М.: Финансы и статистика, 1999. – 256 с.

3.Виленкин Н.Я. Метод последовательных приближений [Текст] / Н. Я. Виленкин. – М.: Наука, 1968. – 108 с.

4. Гиндикин С.Г. Рассказы о физиках и математиках [Текст] / С. Г. Гиндикин. – М.: Наука, 1981. – 192 с.

5. Далингер В.А. Задачи в целых числах: учебное пособие [Текст] / В. А. Далингер. – М.: Илекса, 2013. – 112 с.

6. Далингер В.А. Сборник прикладных задач на экстремум: учебное пособие [Текст] / В. А. Далингер, С. Д Симонженков. – Омск.: ООО ИПЦ «Сфера», 2007. – 60 с.

7. Далингер В.А. Информатика и математика. Решение уравнений и оптимизация в mathcad и maple: учебник и практикум для прикладного бакалавриата [Текст] / В. А. Далингер, С. Д Симонженков.– 2-е изд., испр. и доп.– М.: Изд-во Юрайт,2017.– 161 с.

8. Дьяконов В.П. Mathcad 8/2000: специальный справочник [Текст] / В. П. Дьяконов. – СПб.: Издательство «Питер», 2000. – 592 с.

9. Дьяконов В.П. Maple 6: учебный курс [Текст] / / В. П. Дьяконов. – СПб.: «Питер», 2001.– 608 с.
10. Замков О.О. и др. Математические методы в экономике [Текст] / О. О. Замков. – М.: Издательство «Дело и Сервис», 2001. –368 с.
11. Тихонов А. Н. Рассказы о прикладной математике [Текст] / А. Н. Тихонов, Д. П. Костомаров. – М.: Наука, 1979. – 208 с.
12. Рагулина М. И. Информационные технологии в математике [Текст] / М. И. Рагулина;под ред. М. П. Лапчика. – М.: «Академия», 2008. – 304 с.

References

1.Vasil'evA.N. *Maple 8 . Samouchitel'* [Maple 8.Self-instruction manual tutorial]. M.: Izdatel'skij dom «Vil'yams», 2003, 352 p.
2.Vasil'kov YU.V., Vasil'kova N.N. *Kompyuternye tekhnologii vychislenij v matematicheskom modelirovanii* [Computer technologies of calculations in mathematical modeling]. M.: Finansy i statistika, 1999, 256 p.
3.Vilenkin N.YA. *Metod posledovate'nyh priblizhenij* [Method of successive approximations]. M.: Nauka, 1968, 108 p.
4. Gindikin S.G. *Rasskazy o fizikah i matematikah* [Stories about physicists and mathematicians]. M.: Nauka, 1981, 192 p.
5. Dalinger V.A. *Zadachi v celyh chislah: uchebnoe posobie* [Tasks in integers: manual]. M.: Ileksa, 2013, 112 p.
6. Dalinger V.A., Simonzhenkov S.D. *Sbornik prikladnyh zadach na ehkstremum: uchebnoe posobie* [The collection of application-oriented tasks on an extremum: manual]. Omsk.: OOO IPC «Sfera», 2007, 60 p.
7. Dalinger V.A., Simonzhenkov S.D. *Informatika i matematika. Reshenie uravnenij i optimizaciya v mathcad i maple: uchebnik i praktikum dlya prikladnogo bakalavriata* [Informatics and mathematician. The solution of the equations and optimization in mathcad and maple: the textbook and a practical work for an application-oriented bachelor degree].– 2-e izd.,ispr. i dop. M.: Izd-vo YUrajt,2017, 161 p.
8. D'yakonov V.P. *Mathcad 8/2000: special'nyj spravochnik* [Mathcad 8/2000:special reference book]. SPb.: Izdatel'stvo «Piter», 2000, 592 p.
9. D'yakonov V.P. *Maple 6: uchebnyj kurs* [Maple 6: training course]. SPb.: «Piter», 2001, 608 p.
10. Zamkov O.O. i dr. *Matematicheskie metody v ehkonomike* [Mathematical methods in economy].M.:Izdatel'stvo «Delo i Servis», 2001, 368 p.
11. Tihonov A. N., Kostomarov D. P. *Rasskazy o prikladnoj matematike* [Stories about applied mathematics]. M.: Nauka, 1979, 208 p.
12. Ragulina M. I. *Informacionnye tekhnologii v matematike* [Information technologies in mathematics] */pod red. M. P. Lapchika*. M.: «Akademiya», 2008, 304 p.

METHODICAL ASPECTS OF TRAINING OF STUDENTS SOLVING PROBLEMS IN MATHEMATICAL ENVIRONMENTS

Viktor A. Dalinger,
Professor, Omsk state pedagogical University

Abstract. *In the article the use of the computer environments Mathcad and Maple for the decision of different mathematical tasks is considered. Mathcad has an exceptional simplicity of the interface, which made it one of the most popular mathematical package among students.Mathematical expressions are presented on the computer screen in standard and familiar notation - they have the same form as in the book, on the laptop, on the board.With them it is possible to execute numerical or character operations, to build diagrams, etc. The Maple system in a conversational mode solves huge number of mathematical problems from simple calculations and numerical modeling before the most difficult analytical conversions and computation. It has powerful graphic tools, the built-in programming language, is the reference manual according to almost all sections of the modern mathematics. Mathcad and Maple are the environments for all. In them there is a STUDENT packet for students, there are packets of narrow assignment for professional mathematicians.*

These computer mathematics systems provide the user with an extensive set of tools for implementing graphical, analytical and numerical methods for solving mathematical problems. By executing routine or unwieldy optional operations, packages allow you to learn, without mastering the entire technique of mathematical transformations, independently perform cumbersome calculations, solve information examples and acquire stable skills in solving all-

mathematical and applied problems. Advantages of the mathematical environments Mathcad and Maple are considered, features of their interfaces are described, and the simplicity which made these mathematical packets the most popular among students is marked. Decisions of mathematical tasks by means of the computer environments Mathcad and Maple are provided: solution of the Diophantine equations, quadratic equations and cubic equations. It is useful for student to have near at hand handbooks or manuals on the specified systems. At students existence at least of primary skills of operation in these systems, in particular, ability to edit and format diagrams, formulas, results of computation is supposed. Functions will be the main object in operation.

The aim of the article is a comparative analysis of the capabilities of the metamathematical media Mathcad and Maple, as well as the solution of various mathematical problems using these media.

The objectives of the research are: a comparative analysis of the capabilities of the Mathcad interface and the Maple interface; solution with the help of the indicated mathematical media of quadratic equations; solution with the help of the indicated mathematical media of cubic equations; solution with the help of the indicated mathematical media of Diophantine equations.

Research methods: theoretical analysis of research problems; mathematical modeling of real processes and phenomena; analysis; synthesis.

The results of the research: suggested methodical recommendations on the use of mathematical environments Mathcad and Maple for solving mathematical problems and problems of reality.

Key words: Mathcad interface, Maple interface, quadratic equations, cubic equations, Diophantine equations, solution of the equations.

Сведения об авторе:

Далингер Виктор Алексеевич **–** доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «Омский государственный педагогический университет» (644099, Российская Федерация, г. Омск, набережная Тухачевского, д. 14), e-mail: dalinger@omgpu.ru.

Статья поступила в редакцию 08.11.2017 г.